

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Etapa locală – 21 februarie 2026

Clasa a VIII-a

Problema 1: a) Determinați numărul natural n , dacă: $\frac{1}{x^2+3x+2} + \frac{1}{x^2+5x+6} + \dots + \frac{1}{x^2+(2n+1)x+n^2+n} = \frac{2009}{(x+1)(x+2010)}$.

b) Fie $x + 2y = \frac{175}{x}$; $y + 2z = \frac{200}{y}$; $z + 2x = \frac{250}{z}$, $x \neq 0, y \neq 0, z \neq 0$.

Calculați $x + y + z$.

Problema 2: a) Fie numerele reale x, y, z astfel încât $x^2 + y^2 + z^2 = xy + yz + zx$.

Arătați că $(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2 = 0$

b) Se consideră triunghiul ABC de laturi $BC = a, CA = b, AB = c$. Fie

$E = \frac{ab+bc+ca}{a^2+b^2+c^2}$. Demonstrați că partea întreagă a numărului E este egală cu 1, dacă triunghiul este echilateral, respectiv cu 0, în toate celelalte cazuri.

Problema 3: Pe planul pătratului $ABCD$ se ridică perpendiculara $SA = AB = a\sqrt{3}$.

Fie $M \in (BC)$ astfel încât $MC = a$.

- Arătați că $BD \perp SC$
- Calculați distanța dintre BD și SC
- Aflați distanța de la S la MD .

Problema 4: Fie $VABCD$ o piramidă patrulateră regulată cu proprietatea că lungimea înălțimii piramidei și raza cercului circumscris bazei sunt direct proporționale cu 3 și 4, iar muchia laterală a piramidei are lungimea de $10\sqrt{2}$ cm. Calculați:

- Lungimea înălțimii, apotema piramidei și a laturii bazei.
- Tangenta unghiului dintre muchia laterală și planul bazei.

Notă:

- Toate subiectele sunt obligatorii
- Timp efectiv de lucru 3 ore
- Fiecare problemă se notează cu maxim 22,5 puncte
- Se acordă 10 puncte din oficiu